

多層地盤の沈下・応力・許容応力度に関する算定法

A METHOD TO CALCULATE SETTLEMENT, STRESS AND ALLOWABLE STRESS OF MULTI-LAYERED GROUND

平井弘義*, 亀井健史**

Hiroyoshi HIRAI and Takeshi KAMEI

The investigation was made to estimate the settlement, the stress and the allowable stress of the multi-layered ground. For the immediate settlement of the foundation, the generalization of Barber's method was proposed in order to incorporate the stiffness of soils into the deformation of the ground. For this purpose, the first proposal was the method where the equivalent elastic modulus is used. The second proposition was the method to employ the equivalent thickness. It was found that the proposed models describe properly the characteristics of the immediate settlement for the multi-layered ground. An analytical method to calculate the vertical stress was propounded for the multi-layered ground in taking account of the equivalent thickness. The allowable stress of the multi-layered ground was investigated in considering both the allowable value for the immediate settlement and that for the consolidation settlement.

Keywords : Foundation, Multi-layered ground, Immediate settlement, Consolidation settlement, Stress, Allowable stress

基礎, 多層地盤, 即時沈下, 圧密沈下, 応力, 許容応力度

1. はじめに

国土交通省告示第 1113 号¹⁾及び「建築物の構造関係技術基準解説書」等^{2),3)}によれば、建築物基礎の構造計算は、許容応力度法を採用しており、地盤の許容応力度の算定においては、まず許容応力度を求め、それによって生じる沈下量を計算し、許容沈下量以下であれば、その許容応力度が地盤の許容応力度として採用されることになる。このような考え方に沿って、サウンディング試験を用いた多層地盤の許容応力度の算定法に関する提案^{4),5)}がなされてきている。

そこで、地盤の許容応力度と沈下量を算定するために、原地盤を砂質土と粘性土に分類し、また原地盤を多層地盤としてモデル化して検討する。まず、地盤の許容応力度に関しては、地下水面の影響および基礎底面の下部土質層の影響を考慮し、国土交通省告示第 1113 号で示された許容応力度の算定式を多層地盤へ一般的に拡張した形を提案した⁵⁾。

多層地盤の即時沈下量に関して、植下⁶⁾⁻⁸⁾は多層弾性体に関する厳密解を求めることによって、Odemark⁹⁾の近似法による変位解及びSteinbrenner^{10),11)}の近似式についてそれぞれの精度を明らかにした。また、Odemark⁹⁾、上田ら¹²⁾、及びNascimento¹³⁾による近似計算法が提案されているが、問題点として繰り返し計算を行うため解が閉じた形(closed form)になっていないこと、及び応力計算には適

用できないことが挙げられる。一方、建築基礎構造設計指針における即時沈下式¹⁴⁾が従来採用されているが、厳密解を適切に表せないことが明らかになった¹⁵⁾。そこで、地盤の各層ごとの剛性の影響を適切に沈下量計算に組み込める Barber¹⁶⁾の方法を一般化した近似計算式を検討し、2種類の解析方法を提案する。一つは等価弾性係数を用いる方法であり、二つ目は等価換算厚を使用した方法である。そして、厳密計算値と比較・検討し、提案式の有用性を明らかにする。

粘性土に関しては、過圧密、正規圧密、圧密未了として分類される地盤の圧密状態を判定した圧密降伏応力の推定法⁴⁾が提案され、それを用いた圧密沈下量の算定法⁵⁾が提示されている。圧密沈下量の計算においては、まず載荷重による地盤内の鉛直応力を正確に算定することが必要であるが、従来の計算法^{14),17)}では、地盤を等方等質弾性体としてモデル化しており、この場合の鉛直応力分布を採用し、圧密計算式に代入することが多く行われてきている。

一方、地盤を多層地盤としてモデル化する場合は等方異質弾性体として仮定することが多く、層数が2~3の地盤においては鉛直応力の厳密解¹⁸⁾⁻²¹⁾が提示されている。しかしながら、2以上の層数になると、境界条件を満足させるために解析は非常に複雑となり、厳密解は極めて少ないのが現状である。

そこで、先に提示した変位算定法における等価換算厚による考え

* 応地研 代表取締役・工博

** 島根大学総合理工学部 助教授・工博

President, Applied Geotechnical Institute, Inc., Dr. Eng.

Assoc. Prof., Department of Geoscience, Shimane University, Dr. Eng.

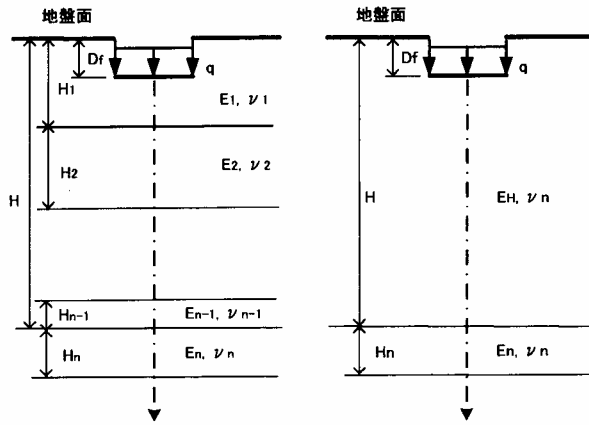


図-1 多層弾性体

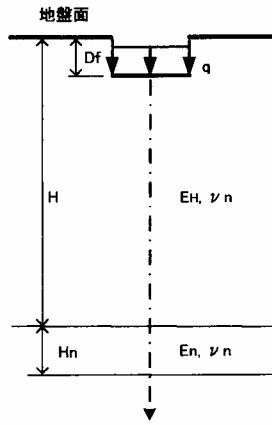


図-2 等価弾性体(1)

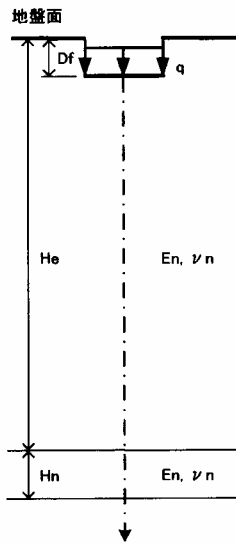


図-3 等価弾性体(2)

方を、多層地盤の鉛直応力解析において適用した方法を提案する。この提案式はあくまで近似解法として位置付けられるが、二層及び三層弾性体における鉛直応力の厳密解を適切に表現しうることを明らかにする。

次に、載荷直後では即時沈下を表現しうるものとして線形弾性・完全塑性体を仮定し、また載荷後長期においては圧密沈下を表示しうるものとして弾塑性体を仮定し、地盤における応力～ひずみ関係の提案モデルを示す。最後に、地盤における荷重～沈下関係について検討し、推定された圧密降伏応力と許容応力度を用いて圧密沈下量の計算を行い、また即時沈下量も計算し、許容沈下量との比較によって、地盤の許容応力度を求めるための算定法に関する提案モデルを示す。

2. 即時沈下量

2. 1. 等価弾性係数を用いた算定法

図-1を参照して、多層地盤における沈下量の算定について検討する。砂質土の即時沈下量 S_i に関しては、参考文献 22) と 23) において与えられている。

さらに、図-1を参照して、多層地盤における即時沈下量の算定法について検討する。有限厚さの地盤表面における基礎の即時沈下量 S_i は、文献 14) の式(5.3.3)によって与えられる。一方、Barber¹⁶⁾ は二層地盤の表面変位を求めるための近似計算法を提案した。彼は二層弾性体の第一層を第二層と同じ弾性係数を持つ層で置き換えるのに、弾性体の層を平板として仮定し、層の曲げ剛性を等しく保てばよいと考えた。本論文においては、Barberによって提案された二層地盤に関する近似計算法を多層地盤に一般化した近似解析法を提案する。ここでは、基礎剛性に関して、たわみ性基礎を仮定している。図-1の多層弾性体における第 i 層の弾性係数を E_i 、ポアソン比を ν_i と書けば、第 i 層の曲げ剛性 D_i は次のように定義される。

$$D_i = \frac{E_i H_i^3}{12(1-\nu_i^2)} \quad (1)$$

いま、図-1に示される第1層から第 $n-1$ 層までの合計厚 H の多層弾性体に関して、層厚 H を有する等価弾性体(1)を図-2に示す。ここでは等価弾性係数を E_H 、ポアソン比を ν_n とし、 E_H と ν_n を持つ層で図-1に示す多層弾性体の第 i 層を置き換えるために、層の曲げ剛性を等しく保つ様によれば、次式を得る。

$$\frac{E_i H_i^3}{12(1-\nu_i^2)} = \frac{E_H H^3}{12(1-\nu_n^2)} \quad (2)$$

ここに、 H_{ie} は多層地盤の第 i 層の厚さ H_i に対する等価弾性体(1)における等価換算厚である。それゆえ、等価弾性体(1)の第1層から第 $n-1$ 層までの等価換算厚 H_{ie} は次のようになる。

$$H_{ie} - D_f = \left\{ \frac{E_i(1-\nu_n^2)}{E_H(1-\nu_i^2)} \right\}^{1/3} (H_1 - D_f)$$

$$H_{ie} = \left\{ \frac{E_i(1-\nu_n^2)}{E_H(1-\nu_i^2)} \right\}^{1/3} H_i \quad (i=2 \sim (n-1)) \quad (3)$$

いま

$$\sum_{i=1}^{n-1} H_{ie} = H \quad (4)$$

であるから、等価弾性体(1)の等価弾性係数 E_H は次のようになる。

$$E_H = \left[\left\{ E_1 \frac{(1-\nu_n^2)}{(1-\nu_1^2)} \right\}^{1/3} \frac{H_1 - D_f}{H - D_f} + \sum_{k=2}^{n-1} \left\{ E_k \frac{(1-\nu_n^2)}{(1-\nu_k^2)} \right\}^{1/3} \frac{H_k}{H - D_f} \right]^3 \quad (5)$$

次に、図-3に示される等価弾性体(2)における第 n 層の弾性係数 E_n とポアソン比 ν_n を用いて、等価弾性体(1)における厚さ H の等価弾性係数 E_H とポアソン比 ν_n の層を置き換えると、等価換算厚 H_e は次のようになる。

$$H_e = \left(\frac{E_H}{E_n} \right)^{1/3} (H - D_f) + D_f \quad (6)$$

改良地盤等に関しては、その部分の弾性係数は地盤と改良体とを考慮した等価弾性係数を採用することになり、文献 14) の式(6.3.33)と同様な形で与えられる。

いま、弾性係数 E_n 、ポアソン比 ν_n の半無限弾性体で地盤面から基礎底面までの深さ D_f において荷重 q を受ける長辺 L 、短辺 B の長方形基礎に関して、中央部の直下で鉛直距離 z における鉛直変位 $w(z)$ ¹⁰⁾ は次のようになる。

$$w(z) = \frac{2Bq(1-\nu_n^2)}{\pi E_n} \left[\log_e \left(\frac{\sqrt{1+m^2+n^2}+m}{\sqrt{1+n^2}} \right) + m \log_e \left(\frac{\sqrt{1+m^2+n^2}+1}{\sqrt{m^2+n^2}} \right) - \frac{1-2\nu_n}{2(1-\nu_n)} n \tan^{-1} \left(\frac{m}{n\sqrt{1+m^2+n^2}} \right) \right] = \frac{K(z, \nu_n)}{E_n} Bq \quad (7)$$

ここに、 $m=L/B$, $n=2z/B$,

$$K(z, \nu_n) = \frac{2(1-\nu_n^2)}{\pi} \left[\log_e \left(\frac{\sqrt{1+m^2+n^2}+m}{\sqrt{1+n^2}} \right) + m \log_e \left(\frac{\sqrt{1+m^2+n^2}+1}{\sqrt{m^2+n^2}} \right) - \frac{1-2\nu_n}{2(1-\nu_n)} n \tan^{-1} \left(\frac{m}{n\sqrt{1+m^2+n^2}} \right) \right] \quad (8)$$

また、荷重 q を受ける半径 a の円形基礎において中央部の直下で鉛直距離 z における鉛直変位 $w(z)$ ²⁴⁾ は次のようになる。

$$w(z) = \frac{2aq(1-\nu_n^2)}{E_n} \left(\sqrt{1+\frac{z^2}{a^2}} - \frac{z}{a} \right) \times \left\{ 1 + \frac{\frac{z}{a}}{2(1-\nu_n)\sqrt{1+\frac{z^2}{a^2}}} \right\} = \frac{K(z, \nu_n)}{E_n} Bq \quad (9)$$

ここに、 $B=2a$ であり、 $K(z, \nu_n)$ は次式によって与えられる。

$$K(z, \nu_n) = (1-\nu_n^2) \left(\sqrt{1+\frac{z^2}{a^2}} - \frac{z}{a} \right) \times \left\{ 1 + \frac{\frac{z}{a}}{2(1-\nu_n)\sqrt{1+\frac{z^2}{a^2}}} \right\} \quad (10)$$

図—3 に示す弾性係数 E_n 、ポアソン比 ν_n なる等価弾性体において、基礎底面における沈下 $w(0)$ から $w(H_e - D_f)$ を引いたものは、図—3 に示す等価弾性体の第一層に相当する部分の圧縮量になる。したがって、図—2 に示す層厚 H である二層地盤の第一層の圧縮量 Δ_1 は次のように与えられる。

$$\Delta_1 = E_n/E_H \left\{ w(0) - w(H_e - D_f) \right\} \quad (11)$$

ゆえに、図—2 の二層地盤に関して基礎底面における即時沈下量 S_i は、次のように表わされる。

$$S_i = \Delta_1 + w(H_e - D_f) - w(H_e + H_n - D_f) \quad (12)$$

式(12)に式(7)~(11)を代入すると次のようになる。

$$S_i = \left[I(H_e - D_f, \nu_n)/E_H + \left\{ I(H_e + H_n - D_f, \nu_n) - I(H_e - D_f, \nu_n) \right\} / E_n \right] Bq \quad (13)$$

ここに、

$$I(z, \nu) = K(0, \nu) - K(z, \nu) \quad (14)$$

図—1 において第一層から第 $n-1$ 層までの地盤が第 n 層である半無限弾性体上にあるとすれば、 $H_n \rightarrow \infty$ として基礎底面における即時沈下量 S_i は、次のように表わされる。

$$S_i = \left[I(H_e - D_f, \nu_n)/E_H + K(H_e - D_f, \nu_n)/E_n \right] Bq \quad (15)$$

2. 2. 等価換算厚を用いた算法

図—4 に示す多層弾性体において、第 n 層の弾性係数を E_n 、ポアソン比を ν_n と書くことにする。この場合、第 n 層と同じ弾性係数を持つ層で第 m 層を置き換えるのに、層の曲げ剛性を等しく保つようにすれば、次式をうる。

$$H_{1e} - D_f = \left\{ \frac{E_1(1-\nu_n^2)}{E_n(1-\nu_1^2)} \right\}^{1/3} (H_1 - D_f) \quad (16)$$

$$H_{me} = \left\{ \frac{E_m(1-\nu_n^2)}{E_n(1-\nu_m^2)} \right\}^{1/3} H_m \quad (m = 2 \sim (n-1))$$

ここに、 $H_{1e}, H_{2e}, \dots, H_{(n-1)e}$ は等価換算厚である。改良地盤等に関しては、その部分の弾性係数は地盤と改良体とを考慮した等価弾性係数を採用することになり、文献 14) の式(6.3.33)と同様な形で与えられる。

図—5 に示す等価弾性体において、弾性係数 E_n なる第一層の基礎底面における沈下 $w(0)$ から $w(H_{1e} - D_f)$ を引いたものは、等価弾性体の第一層に相当する部分の圧縮量になる。したがって、図—4 に示す多層地盤の第一層の圧縮量 Δ_1 は次のように与えられる。

$$\Delta_1 = E_n/E_1 \left\{ w(0) - w(H_{1e} - D_f) \right\} \quad (17)$$

同様に、図—4 に示す多層地盤における第二層、……、第 $n-1$ 層、第 n 層の圧縮量 $\Delta_2, \dots, \Delta_{n-1}, \Delta_n$ は次のようになる。

$$\Delta_2 = E_n/E_2 \left\{ w(H_{1e} - D_f) - w(H_{1e} + H_{2e} - D_f) \right\} \dots \dots \dots \quad (18)$$

$$\Delta_{n-1} = E_n/E_{n-1} \left\{ w \left(\sum_{m=1}^{n-2} H_{me} - D_f \right) - w \left(\sum_{m=1}^{n-1} H_{me} - D_f \right) \right\}$$

$$\Delta_n = w \left(\sum_{m=1}^{n-1} H_{me} - D_f \right) - w \left(\sum_{m=1}^n H_{me} - D_f \right)$$

ゆえに、図—4 に示す多層地盤の基礎底面における即時沈下量 S_i は、次のように表わされる。

$$S_i = \Delta_1 + \Delta_2 + \dots + \Delta_{n-1} + \Delta_n \quad (19)$$

よって、式(7)~(18)を用いると式(19)は次のように書ける。

$$S_i = \left\{ \frac{I(H_{1e} - D_f, \nu_n)}{E_1} + \sum_{k=2}^n \frac{I \left(\sum_{j=1}^k H_{je} - D_f, \nu_n \right) - I \left(\sum_{j=1}^{k-1} H_{je} - D_f, \nu_n \right)}{E_k} \right\} Bq \quad (20)$$

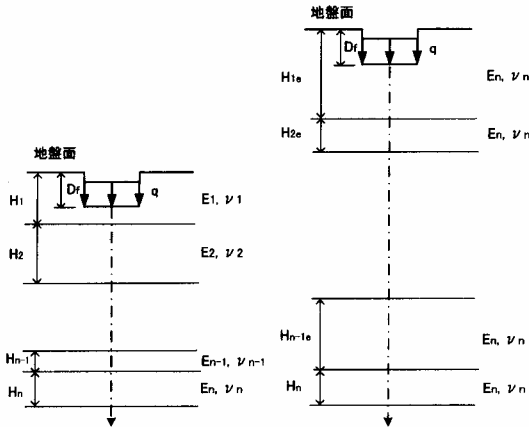


図-4 多層弾性体

図-5 等価弾性体

図-4において第一層から第n-1層までの地盤が第n層である半無限弾性体上にあるとすれば、 $H_n \rightarrow \infty$ として基礎底面における式(20)の即時沈下量 S_i は、次のように表わされる。

$$S_i = \left\{ \frac{I(H_{1e} - D_f, \nu_n)}{E_1} + \sum_{k=2}^{n-1} \frac{I(\sum_{j=1}^k H_{je} - D_f, \nu_n) - I(\sum_{j=1}^{k-1} H_{je} - D_f, \nu_n)}{E_k} + \frac{K(\sum_{j=1}^{n-1} H_{je} - D_f, \nu_n)}{E_n} \right\} Bq \quad (21)$$

さて、文献14)の建築基礎構造設計指針の中で式(5.3.3)によって与えられる即時沈下式は、元々 Simons 等²⁵⁾によって最初に提案されたものであるが、ここでは厳密解との比較及び近似解としての精度については検討されていないので、本論文ではこの点を明らかにしたい。そこで、Simonsの式及び文献14)の建築基礎構造設計指針における式(5.3.3)によって与えられる即時沈下式(以下、指針式と称する)を式(20)で与えられる提案式(以下、提案式と称する)と比較してみると、以下の点が相違することに気づく。

- (a) 式(14)によって与えられる関数 $I(z, \nu)$ の最初の引数において、指針式は各層の層厚 H_j を単に重ね合わせているが、提案式は各層の等価換算厚 H_{je} の総和である。
- (b) 関数 $I(z, \nu)$ の二番目の引数において、指針式は各層ごとのポアソン比 ν_j を用いているが、提案式は基準層である第n層のポアソン比 ν_n のみを使用している。

以上の結果について考察すると次のようになる。地盤を半無限の等方等質弾性体と仮定した場合、地表面と無限遠の境界条件を満足させるように、基本解に含まれる未知数を決定すれば、鉛直荷重の形式に対応して諸種の厳密解が得られる^{10), 11), 24), 26)~32)}。本論文において示された式(7)と式(9)は、それぞれ長方形荷重と円形荷重に対応した解である。また、地盤中に空洞等を有する場合に関しては、平井^{33), 34)}によって三次元弾性解析手法と厳密解が提案された。

一方、多層地盤を半無限の等方異質弾性体として仮定すれば、地表面と無限遠のみならず、各層の接触面においても変位及び応力に関する境界条件を満足させるように、基本解の未知数を決定し、厳密解を求めることになる。しかし、そのような解析手法は層数が2

以上になると、基本解の未知数を求めるために大変複雑な数値積分等の計算を必要とするため、厳密解が提示された文献^{6), 7), 8), 18)~21), 35)~37)}は極めて少ないのが現状である。

そこで、基本解が境界条件を自動的に満足するような近似的な等価手法として、弾性体の層を平板として考え、層の曲げ剛性を等しく保つように多層弾性体を等方等質弾性体として置き換えることが仮定され、Barber¹⁶⁾は等価換算厚を用いた二層弾性体の近似計算法を提示した。この計算法では、等方等質弾性体として仮定されているので、基本解は地表面と無限遠のそれぞれの境界条件を満足しており、多層弾性体の各層ごとの接触面における境界条件を、等価換算厚を有する置換された等方等質弾性体においては考慮する必要がないことになる。本論文の提案式もそのような考え方に沿って検討され、Barberの式を多層弾性体へ一般化している。それゆえ、提案式においては、弾性係数 E_n 、ポアソン比 ν_n と等価換算厚 H_{je} を有する等方等質弾性体に関する変位と応力を検討し、その結果を元の多層弾性体と関連付けている。

しかし、指針式においては、変位及び応力に関する境界条件を満足するような近似的な等価手法は用いられていないため、多層弾性体の各層の接触面における境界条件が満足されうことは保証されない。それゆえ、多層弾性体の材料特性が等方等質弾性体から等方異質弾性体へと顕著に変化するに連れて、即ち各層の弾性係数の違いが大きくなるに連れて、指針式は厳密解と比較すると精度が悪くなることが予想され、事実この点が後の計算例で明らかとなる。

一方、多層弾性体では層数が増えるに連れて、境界条件を満足する厳密解を求めることは、大変複雑な作業となるが、二層弾性体の Barber による等価換算厚を一般化し、本論文において提案された算定法は、境界条件を近似的ではあるが自動的に満足させているため、近似解法とはいえ精度の高い解を与えることを後の計算例に示す。

さて、実際の地盤について調べると、文献38), 39)によれば、関東ローム層においては地表面近くに過圧密状態が多くみられる。また、世界中広範囲に分布している粘性土において、地表面から深さ方向に過圧密比が減少している力学特性を有する地盤も報告されている^{40)~43)}。さらに、転圧・締固めを受けた盛土、軟弱地盤の表層の地盤改良、あるいはプレローディングされた地盤など構造物を建設する場合に地盤対策を行ったときは、地表面付近が過圧密状態となりうる。このような過圧密状態においては、過圧密比が大きくなるに従い、割線弾性係数は一般的に大きくなる傾向を示している^{44), 45)}。以下では、一般的な多層地盤として過圧密比の異なる多層地盤を仮定し、それゆえ、各層の弾性係数が異なる等方異質弾性体のモデル化を行っている。

そこで、二層問題に関して提案された Barber の等価換算厚による近似解法の適用性と指針式の妥当性を検討する。図-6は二層地盤において地表面に作用する円形等分布鉛直荷重を示しており、図-7は二層地盤の弾性係数比が異なる場合について、載荷中央部で地盤面における変位係数を示している。ここで変位係数 F は基礎底面における実際の鉛直変位 S_i を aq/E_2 で除した形、すなわち、 $F = S_i / (aq/E_2)$ で定義されている。図-7の中の厳密解^{19)~21)}においては、一層と二層の接触面が粗の場合、すなわち境界面においてせん断応力の連続性がある場合に関する計算結果が示されている。 E_1 と E_2 の比が大きくなるほど、変位係数は小さくなっていくのがわかり、Barberの近似値は二層地盤としての

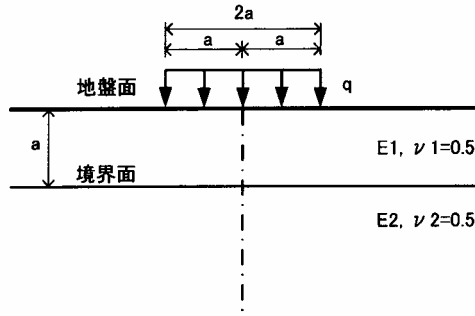


図-6 地盤面に作用する円形等分布鉛直荷重

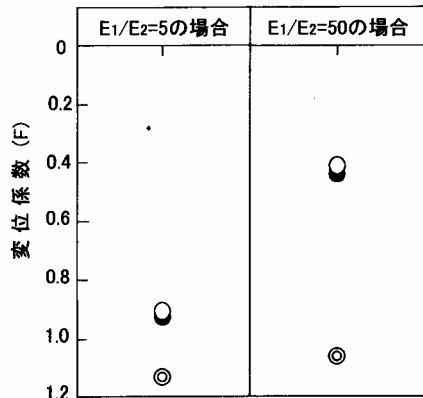


図-7 荷重中央部・地盤面における鉛直変位

厳密解を精度良く表現していることがわかる。一方、指針式は二層地盤の弾性係数の違いが大きくなるに連れて、厳密解との相違が大きくなることわかる。これは、以前詳しく説明したが、指針式では第一層と第二層の接触面における境界条件が満足されていないためである。

次に、図-8と図-9は地盤表面で円形荷重を受ける三層地盤において、厚さ比と変位係数との関係について、厳密計算^{7), 8)}、指針式¹⁴⁾による近似計算及び提案式による近似計算のそれぞれの値を示している。前述のように三層弾性体の厳密解は極めて少なく、厳密解の信頼性を検証することが、近似解の精度を確認する上で重要となる。

そこで、図-8, 9で示される厳密解を、植下^{7), 8)}は Kirk³⁶⁾の計算結果と比較し、三層地盤の厳密解として信頼性が高いことを明らかにしたので、図-8, 9における弾性係数の値を植下による文献^{7), 8)}と同様に設定した。ここで変位係数 F は基礎底面における実際の鉛直変位 S_f を $2(1-\nu_3^2)aq/E_3$ で除した形、即ち、 $F=S_f/\{2(1-\nu_3^2)aq/E_3\}$ で定義されている。提案式による近似計算に関して、前述の等価弾性係数及び等価換算厚を用いた両方の解析法ともに、予想されうることであるが、同じ数値結果が得られた。ここに $H_1=H_2=H_3$, $H_1/a=2.0$, $\nu_1=\nu_2=\nu_3=0.5$ である。

指針式は、三層地盤の弾性係数の違いが大きくなるに連れて、厳密解との相違が大きくなることわかる。この傾向は、図-7の計算結果においても示されたように、また以前詳述されているが、指

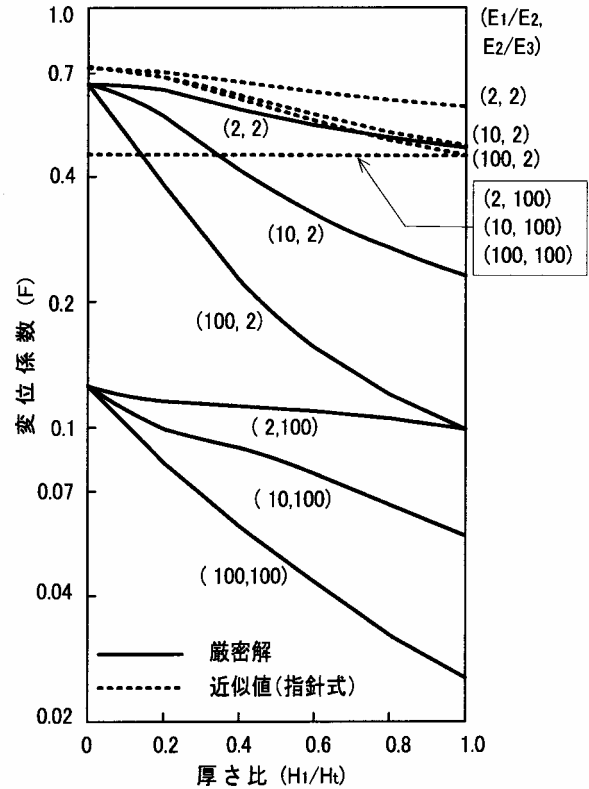


図-8 厳密解と近似値(指針式)の比較

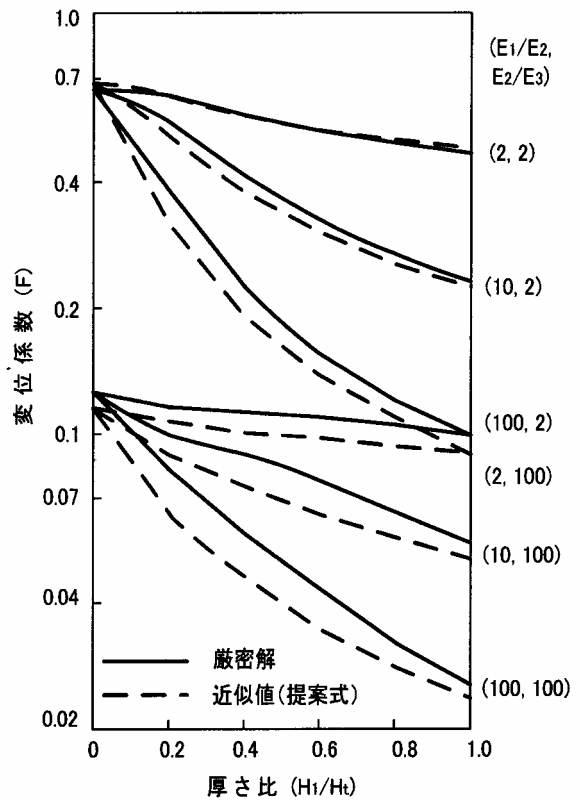


図-9 厳密解と近似値(提案式)の比較

針式では、各層の接触面における境界条件が満足されていないためである。一方、各層の弾性係数比が異なるいずれの場合でも、提案式では各層の接触面における境界条件が近似的ではあるが、自動的に満足されているため、提案式による近似値は全般的に厳密解を適切に表していることがわかる。

3. 鉛直応力解析

弾性係数 E_n 、ポアソン比 ν_n の半無限弾性体では、荷重 q を受ける長辺 L 、短辺 B の長方形基礎において中央部の直下で鉛直距離 z における増加鉛直応力 $\Delta\sigma_v'$ (10), (11) は次のように与えられる。

$$\Delta\sigma_v' = \Delta\sigma_v'(z) = \frac{2q}{\pi} \left[\frac{mn}{\sqrt{1+m^2+n^2}} \frac{1+m^2+2n^2}{(m^2+n^2)(1+n^2)} + \sin^{-1} \frac{m}{\sqrt{m^2+n^2}\sqrt{1+n^2}} \right] \quad (22)$$

ここに、 $m=L/B$ 、 $n=2z/B$ である。

また、荷重 q を受ける半径 a の円形基礎において中央部の直下で鉛直距離 z における増加鉛直応力 $\Delta\sigma_v'(z)$ (26), (27) は次のようになる。

$$\Delta\sigma_v' = \Delta\sigma_v'(z) = q \left[1 - \frac{1}{\left(1 + \frac{a^2}{z^2}\right)^{3/2}} \right] \quad (23)$$

等価換算厚式(16)を式(22)あるいは(23)に代入すれば、図-4の各層における増加鉛直応力 $\Delta\sigma_v'$ は求められる。以下では、式(16)と(23)を用いた鉛直応力式を提案式と呼ぶ。

図-10は、図-6に示すように二層地盤の地盤面に円形等分布鉛直荷重が作用する場合、二層地盤の境界面における鉛直応力を示している。以下において、指針式とは指針¹⁴⁾による応力計算を意味し、等方等質弾性体($E_1=E_2$)である一層地盤の厳密解^{46), 47)}が用いられている。また、厳密解(二層地盤)^{19)~21), 48)}は等方異質弾性体における厳密解であり、 E_1 と E_2 が異なるとき、一層と二層の接触面が粗の場合、即ち、せん断応力の連続性がある場合に関する計算結果である。指針式は等方等質弾性体における厳密解を近似値として用いているため、二層地盤の厳密解を表しえない。一方、提案式による近似値に関しては、 E_1 と E_2

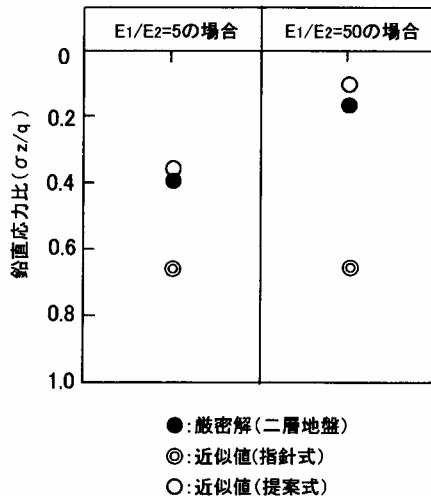


図-10 載荷中央部・境界面における鉛直応力

の比が大きくなるに従い、鉛直応力比は小さくなり、二層地盤の厳密解を適切に表現していることがわかる。

図-11と図-12は地盤表面で円形荷重を受ける三層地盤において、それぞれ弾性係数比 E_2/E_3 と鉛直応力比 σ_{z2}/q との関係及び長さ比 a/H_2 と鉛直応力比 σ_{z2}/q との関係について、厳密計算¹⁸⁾、指針式及び提案式による近似計算のそれぞれの値を示している。ここに、 σ_{z2} は第2層と第3層の境界における鉛直応力である。 $H_1=H_1+H_2$ 、 $a/H_2=1.0$ 、 $H_1/H_2=1.0$ 、 $\nu_1=\nu_2=\nu_3=0.5$ の場合について図-11に示され、 $H_1/H_2=1.0$ 、 $E_2/E_3=2.0$ 、 $\nu_1=\nu_2=\nu_3=0.5$ の場合について図-12に示されている。指針式は、等方等質弾性体における厳密解を近似値として用いているため、三層地盤の厳密解を表しえない。一方、提案式による近似値は、各層の弾性係数比が異なるいずれの場合でも、全般的に三層地盤の厳密解を適切に表していることがわかる。

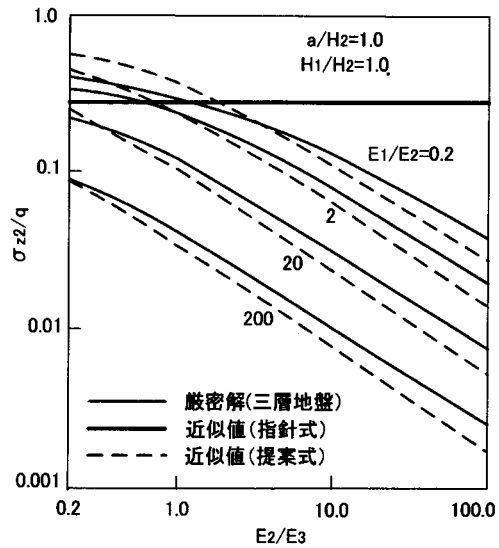


図-11 鉛直応力度 σ_{z2}/q と E_2/E_3 、 E_1/E_2 の関係

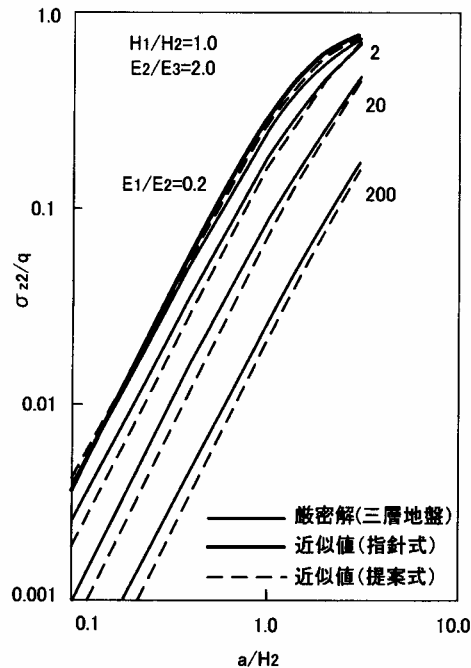


図-12 鉛直応力度 σ_{z2}/q と E_1/E_2 、 a/H_2 の関係

4. 圧密沈下量

粘性土の圧密沈下量 S_c は、次式¹⁴⁾ のように表される。

$$S_c = \frac{C_s H}{1 + e_0} \log_{10} \left(\frac{\sigma_{vc}'}{\sigma_{v1}'} \right) + \frac{C_c H}{1 + e_0} \log_{10} \left(\frac{\sigma_{v1}' + \Delta\sigma_{v1}'}{\sigma_{vc}'} \right) \quad (24)$$

ここに、 C_s : 膨張指数(再圧縮指数ともいう。記号 C_c)、 C_c : 圧縮指数、 H : 層の厚さ、 e_0 : 間隙比、 σ_{v1}' : 建設前の有効上載圧、 σ_{vc}' : 圧密降伏応力、 $\Delta\sigma_{v1}'$: 増加鉛直応力である。建設前の有効上載圧 σ_{v1}' は、地盤を構成する土層の深さと単位体積重量及び地下水位がわかれば求められる。圧密降伏応力 σ_{vc}' に関しては、参考文献 4) においてサウンディング試験を用いた推定法が提案されている。等価換算厚式(16)を式(22)あるいは(23)に代入すれば、図-4 の各層における増加鉛直応力 $\Delta\sigma_{v1}'$ は求められる。ゆえに、式(24)によって、圧密沈下量は算定できることになる。

5. 地盤の許容応力度の算定法と提案モデル

表-1 は粘性土地盤における応力～ひずみ関係の提案モデルを示し、荷重直下の地盤内要素は三軸圧縮状態と考えられ、応力経路に関して、全応力と有効応力に分けて示してある。載荷直後では即時沈下のみ発生するので、線形弾性・完全塑性体として地盤の応力～ひずみ関係をモデル化できる。また、載荷後長期においては圧密沈下が発生するので、弾塑性体としてモデル化が可能である。

表-2 は粘性土地盤における荷重～沈下関係の提案モデルを示している。即時沈下量については、式(20)が適用され、圧密沈下量は式(22)と式(24)によって計算できる。地盤の許容応力度に関しては、地下水の影響および基礎底面の下部土質層の影響を考慮し、国土交通省告示第 1113 号で示された許容応力度の算定式を多層地盤へ一般

表-1 応力～ひずみ関係の提案モデル

分類		モデル化	応力経路	応力～ひずみ関係
即時沈下	載荷直後 / 非排水状態	線形弾性・完全塑性体	<p>abc: 全応力 ab'c': 有効応力 qa': 極限支持力 q_u のときの直下要素の軸差応力</p>	<p>a''c'': せん断変形による弾性ひずみ</p>
圧密沈下	載荷後長期 / 排水状態	弾塑性体	<p>ab: 全応力 ab': 有効応力</p>	<p>a''b'': せん断変形による弾性ひずみ b''e'': 圧密変形による弾塑性ひずみ</p>

的に拡張した形を提案した⁵⁾。ここで許容応力度¹⁾ q_a は極限支持力¹⁴⁾ q_u の 1/3 と定義される。

一方、許容即時沈下量 S_{ia1} あるいは S_{ia2} に関しては沈下の限界値として参考文献 14) において示されている。いま S_j が S_{ia1} 以上の場合、 S_{ia1} までスケールダウンしたときの q_{ia1} を即時沈下の許容応力度 q_{ia} とする。一層地盤では基礎底面からのすべり面の最大深さは近似的に基礎底面の最小幅に等しいことがわかっている²³⁾。そこで、 S_j が S_{ia2} より小さい場合、極限支持力 q_u 及び許容応力度 $q_u/3$ が決定された第 j 層における層厚 H_j と参考文献 5) の表-1 で定義された基礎底面の分散幅 B_j との関係において、① $H_j \geq B_j$ のとき、 $q_u/3$ を、② $H_j < B_j$ のとき、極限支持力 q_u 時のすべり面は第 j 層以外では形成されないので、多層地盤の許容応力度が変形としての許容沈下量によって決定されると仮定し、 S_j を S_{ia2} までスケールアップしたときの q_{ia2} を、それぞれ即時沈下の許容応力度 q_{ia} とする。次に、許容圧密沈下量 S_{ca1} あるいは S_{ca2} についても、沈下の限界値として参考文献 14) において示されている。 S_c が S_{ca1} 以上の場合、 S_{ca1} までスケールダウンしたときの q_{ca1} を圧密沈下の許容応力度 q_{ca} とする。一方 S_c が S_{ca2} より小さい場合、① $H_j \geq B_j$ のとき、 $q_u/3$ を、② $H_j < B_j$ のとき、 S_c を S_{ca2} までスケールアップしたときの q_{ca2} を、それぞれ圧密沈下の許容応力度 q_{ca} とする。ゆえに、粘性土地盤の許容応力度 q_a は、即時沈下の許容応力

表-2 荷重～沈下関係の提案モデル

分類	モデル化	荷重～沈下関係
変形状態	粘性土地盤	
即時沈下	線形弾性体・完全塑性体 載荷直後 / 非排水状態	<p> q_u: 極限支持力 q_{ia1}, q_{ia2}: 許容即時沈下量から算定される許容応力度 S_i: $q_u/3$ における即時沈下量 S_{ia1}, S_{ia2}: 設定された許容即時沈下量 </p>
圧密沈下	弾塑性体 載荷後長期 / 排水状態	<p> q_{ca1}, q_{ca2}: 許容圧密沈下量から算定される許容応力度 S_c: $q_u/3$ における圧密沈下量 S_{ca1}, S_{ca2}: 設定された許容圧密沈下量 </p>
即時沈下 + 圧密沈下	上記の即時沈下量と圧密沈下量との合計が地盤面における沈下量となる。	<p> 一例として、$q_{ia} = q_{ia1}$、$q_{ca} = q_{ca1}$ に決定した場合、$q_{ia} \leq q_{ca} \rightarrow q_a = q_{ia}$ $q_{ia} > q_{ca} \rightarrow q_a = q_{ca}$ ここに q_{ia}: 即時沈下に対する地盤の許容応力度 q_{ca}: 圧密沈下に対する地盤の許容応力度 q_a: 地盤の許容応力度 </p>

度 q_{ia} と圧密沈下の許容応力度 q_{ca} のうち、小さいほうを採用することになる。また、砂質土地盤における荷重～沈下関係に関しては、即時沈下及び排水状態を考慮するものとし、粘性土地盤と同様な方法で砂質土地盤の許容応力度 q_a を算定できる。

6. ま と め

地盤の沈下量、応力及び許容応力度を算定するために、原地盤を砂質土と粘性土に分類し、また原地盤を多層地盤としてモデル化し、次のような結果が得られた。

- 1) 即時沈下量に関して、地盤の各層ごとの剛性の影響を適切に沈下量計算に組み込める Barber の方法を一般化した近似計算式に関して、2種類の解析方法を提案した。第1は等価弾性係数を用いる方法であり、第2は等価換算厚を使用した方法であり、厳密計算値と比較・検討し、提案式の有用性が明らかにされた。
- 2) 多層地盤における鉛直応力表示式に関して、等価換算厚を用いる解析法を提案し、数値計算によって多層地盤の境界面での提案式による鉛直応力は、厳密解を適切に表現しうることがわかった。
- 3) 地盤における応力～ひずみ関係及び荷重～沈下関係について提案モデルを示し、多層地盤において提案された許容応力度と別途推定された圧密降伏応力とを用いて圧密沈下量の計算を行い、また即時沈下量も計算し、許容沈下量との比較によって、多層地盤の許容応力度を求めるための算定法を提案した。

参 考 文 献

- 1) 国土交通省告示第1113号：官報，号外第136号，pp.4-5, 2001.
- 2) 2001年版建築物の構造関係技術基準解説書：国土交通省住宅局建築指導課他，工学図書（株），pp.53-63, 2001.
- 3) 日本建築センター：改訂版 建築物のための改良地盤の設計及び品質管理指針—セメント系固化材を用いた深層・浅層混合処理工法，2002.
- 4) 平井弘義・亀井健史：粘性土の圧密降伏応力の推定法に関する一提案，土と基礎，地盤工学会，Vol.50, No.5, Ser.No.532, pp.11-13, 2002.
- 5) 平井弘義・亀井健史：サウンディング試験を用いた地盤の許容応力度の算定法に関する一提案，日本建築学会構造系論文集，第557号，pp.113-120, 2002年7月.
- 6) 植下協・G. G. マイヤホフ：岩盤土層表面における弾性変位について，土木学会論文集，No.143, pp.9-15, 1967.
- 7) 植下協・G. G. マイヤホフ：多層地盤における弾性変位について，土木学会論文集，No.144, pp.20-26, 1967.
- 8) Ueshita, K. and Meyerhof, G. G.: Deflection of Multilayer Soil Systems, Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, Vol.93, No. SM5, pp.257-282, 1967.
- 9) Odemark, N.: Investigations as to the Elastic Properties of Soils and Design of Pavements according to the Theory of Elasticity, Statens Vagninstitut, Meddelande, No.77, Stockholm, 1949.
- 10) Steinbrenner, W.: Tafeln zur Setzungsberechnung, Die Straße, Vol.1, 1934.
- 11) Steinbrenner, W.: Bodenmechanik und nezeitlicher Straßenbau, Symposium by 24 authors, Volk und Reich Verlag, Berlin, 1936.
- 12) 上田嘉男・西中村和利・増井隆：擁み性舗装に対する層構造の考え方，第7回日本道路会議論文集，pp.432-435, 1963.
- 13) Nascimento, U., Seguro, J.M., da Costa, E., and Pinela, S.: A Method of Designing Pavements for Road and Airports, Proc. 5th Int. Conf. on Soil Mech. and Found. Eng., Vol. 2, pp.283-288, 1961.
- 14) 日本建築学会：建築基礎構造設計指針(第2版)，pp.105-456, 2001.
- 15) 平井弘義・亀井健史：多層地盤の許容応力度と沈下量の算定法に関する一提案，第47回地盤工学シンポジウム，平成14年度論文集，地盤工学会，pp.61-68, 2002.
- 16) Palmer, L. A. and Barber, E. S.: Soil Displacement under a Circular Loaded Area, Proc. Highway Res. Board, Vol.20, pp.279-286, 1940.
- 17) 日本建築学会：建築基礎構造設計指針(第1版)，pp.356-358, 1988.
- 18) Jones, A.: Tables of Stresses in Three-Layer Elastic Systems, Highway Res. Board Bulletin 342, pp.176-214, 1962.
- 19) Burmister, D.M.: The Theory of Stresses and Displacements in Layered Systems and Applications to the Design of Airport Runways, Proc. HRB, Vol.23, pp.126-148, 1943.
- 20) Burmister, D.M.: The General Theory of Stresses and Displacements in Layered Systems, J. Appl. Physics, Vol.16, No.2,3,5, 1945.
- 21) Burmister, D.M.: Evaluation of Pavement Systems of the WASHO Road Test by Layered System Methods, Highway Res. Board Bulletin 177, pp.26-54, 1958.
- 22) 小泉安則：建築基礎，土と基礎の設計法(その2)，土質工学会，1963.
- 23) 山口柏樹：土質力学(第3版)，技報堂出版，pp.94-344, 1984.
- 24) Schleicher, F.: Bauingenieur, Vol.7, 1926.
- 25) Simons, N. and Menzies, B.K.: A Short Course in Foundation Engineering, Butterworth, 1977.
- 26) Love, A. E. H.: The Stress Produced in a Semi-Infinite Solid by Pressure on part of Boundary, Phil. Trans. Roy. Soc., London, Series A., Vol.228, 1929.
- 27) Harr, M. E.: Foundations of Theoretical Soil Mechanics, McGraw-Hill, 1966.
- 28) Boussinesq, J.: Love, A.E.H., 1944, 参照.
- 29) Love, A.E.H.: A Treatise on the Mathematical Theory of Elasticity, 4th ed. Dover, New York, 1944.
- 30) 最上武雄：土質力学，技報堂出版，pp.221-330, 1969.
- 31) 木村 孟：土の応力伝播，鹿島出版会，pp.9-140, 1978.
- 32) 宮本 博：3次元弾性論，裳華房，pp.16-64, 1967.
- 33) Hirai, H. and Satake, M.: Stress Analysis of a Penny-Shaped Crack Located Between Two Spherical Cavities in an Infinite Solid, Journal of Applied Mechanics, Transactions of the ASME, Vol.47, No.4, pp.806-810, 1980.
- 34) Hirai, H. and Satake, M.: Stress Analysis of a Penny-Shaped Crack Located Between Two Oblate Spheroidal Cavities in an Infinite Solid, International Journal of Engineering Science, Vol.19, pp.1283-1291, 1981.
- 35) Schiffman, R.L.: The Numerical Solution for Stresses and Displacements in a Three-layer Soil System, Proc. 4th Int. Conf. Soil Mech. and Found. Eng., Vol.2, pp.169-173, 1957.
- 36) Kirk, J.M.: Beregning af Nedsyningen i lagdelte Systemer, Dansk Vejtidskrift, Vol.38, No.12, pp.294-296, 1961.
- 37) Acum, W.E.A. and Fox, L.: Computation of Load Stresses in a Three Layer Elastic System, Geotechnique, Vol.2, 1951.
- 38) 大崎順彦：建築基礎構造，技報堂出版，pp.90-98, 1991.
- 39) 半沢秀郎・金谷泰邦・恒川勝・佐藤成美：過圧密状態にある関東ローム層のせん断強度特性，土と基礎，Vol.33, No.3, pp.9-13, 1985.
- 40) Wroth, C.P. and Parry, R.G.H.: Chapter 4 "Shear Stress-Strain Properties", Soft Clay Engineering (edited by E.W. Brand and R.P. Brenner), pp.309-364, Elsevier, V.K., 1977.
- 41) 安原一哉・平尾和年・藤原東雄・上俊二：擬似過圧密粘土のせん断特性，土と基礎，Vol.33, No.3, pp.29-35, 1985.
- 42) 栗原安男・三上浩・名草俊比古・安原一哉：過圧密海成粘性土の斜面安定：土と基礎，Vol.33, No.3, pp.45-50, 1985.
- 43) 中瀬明男・木村孟・竹村次朗・萩原敏行：クラストを有する軟弱地盤の支持力について，土木学会論文集，第382号/III-7, pp.237-244, 1987.
- 44) Lambe, T.W. and Whitman, R.V.: Soil Mechanics, John Wiley & Sons, New York, 1969.
- 45) 大横正紀：飽和粘性土の変形特性に関する研究，京都大学工学部博士論文，1979.
- 46) Newmark, N.M.: Chart for Computing Vertical Pressures Beneath a Surface Loading, Univ. of Illinois, June, 1937.
- 47) Terzaghi, K.: Theoretical Soil Mechanics, John Wiley and Sons, New York, 1943.
- 48) Fox, L.: Computation of Traffic Stresses in a Simple Road Structure, Proc. 2nd Int. Conf. on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Vol.2, pp.236-246, 1948.

(2002年12月3日原稿受理，2003年8月8日採用決定)